

# 基于小波变换的图象放大方法再探讨

刘志刚 刘代志

(西安市第二炮兵工程学院 602 室, 西安 710025)

**摘要** 图象放大(又称图象变焦、图象重采样)问题严格地说是一个病态问题,根据不同的模型,人们先后提出了多种图象放大方法,如线性插值、三次样条插值、分形插值以及基于小波变换的方法等.图象放大问题的焦点是如何在图象放大过程中保持良好的视觉分辨率,表现在基于小波变换的图象放大方法中就是如何构造图象高频分量的问题.针对目前常用的变换域内插方法,在一维信号上所作的模拟实验表明,该方法并不合理.对常用的几种图象放大效果评价的方法进行了比较分析,结果认为,最理想方法还是多人主观评判法.由于小波高频系数构造问题并未有理想方案,因此,对小波基函数的选择问题必须作进一步研究.

**关键词** 计算机图象处理(520·6040) 图象放大 小波变换 变焦 插值 重采样

**中图分类号**: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2003)04-0403-06

## Reappraising about Image Magnification Methods Based on Wavelet Transformation

LIU Zhi-gang, LIU Dai-zhi

(602 Sec., Second Artillery Institute of Engineering, Xi'an 710025)

**Abstract** Strictly speaking, image magnification (image zoom or image resample) is a morbid problem. Based on various image models, several methods such as bilinear interpolation, bicubic spline interpolation, fractal-based interpolation and wavelet-based interpolation have been developed. The focus problem of image magnification is how to get good visual resolution. In the methods based on wavelet transformation, it is how to make the detail coefficients of the magnified images. The present method interpolates the coefficients straight in the transformed domain, but the experiments show that the magnified images have bad visual effect. Experiments on one-dimension signals in this paper illustrate that method is not reasonable. In addition, two other questions are also discussed: how to estimate the method of image magnification and how to choose the appropriate wavelets in the wavelet-based method. Comparing and analyzing show that the best means to estimate the method of image magnification is subjective measure, on the other hand the objective measures mentioned in this paper are merely fit for the traditional interpolation methods. Since there is not a perfect method constructing the detail coefficients of the magnified images at present, how to choose the appropriate wavelets is a new question that should be deeply researched.

**Keywords** Computer image processing, Image magnification, Wavelet transformation, Zoom, Interpolation, Resampling

## 0 引言

图象放大是图象数据处理中经常用到的一项基本技术,在与图象处理相关的许多领域都有重要应用.严格地说,仅仅利用一幅图象实现图象放大是一

个病态问题,因为数据量可以增加,信息量却不可能增加,正因如此,图象放大最多只能用来改善一下图象的视觉效果.为了尽可能达到好的效果,人们提出了两种假设模型作为图象放大的先验条件.其中一种模型认为,数字图象是对光滑连续且带宽有限的曲面的采样,因此对图象进行放大与缩小,实际上是

基金项目:国家自然科学基金(49974029);国家高等学校骨干教师资助计划资助课题(3254)

收稿日期:2002-07-12;改回日期:2002-11-21

对二维连续信号的重采样,传统的几种插值方法,如线性插值、B样条插值以及双三次插值等都是基于这种模型<sup>[1]</sup>;而另一种模型则将数字图象看作是某种分形结构(如迭代函数系统或分形布朗曲面等)在一定尺度的显现,图象放大只是对该分形结构在更精细的尺度上的观察,相应地图象放大方法有基于迭代函数系统的<sup>[2]</sup>和基于分形布朗随机场模型的<sup>[3]</sup>图象放大方法.近年来,随着小波理论的推广应用,基于小波变换的图象缩放方法引起了人们的关注.

从所掌握的文献来看,基于小波变换的图象放大方法大致分为3类.第1类是将某种特定的小波函数拿来作为插值基函数进行图象插值运算<sup>[4]</sup>,这种方法本质上还是基于传统的采样理论;第2类是利用小波与分形之间的某种关联实现图象插值<sup>[5]</sup>,由于小波所起的作用主要是用来提取分形参数,所以该方法本质上是基于分形模型的;第3类方法则是将图象本身作为放大图象的低频成份,利用某种手段构造其高频成份后进行小波逆变换实现图象放大<sup>[6~9]</sup>,基于小波变换的图象放大方法主要是指这一类.

图象放大的难点是如何使放大后的图象尽可能达到原始图象的清晰度.传统的样条内插方法或基于随机分形模型的内插方法使放大后的图象不可避免地变得模糊,而基于迭代函数系统的分形插值又会引起方块效应.基于小波变换的图象放大方法试图通过在变换域的处理来增强图象的高频特征,从而提高图象的分辨率,因此,其研究焦点应该是如何构建放大图象的高频系数.文献[6]~[8]所用的思想基本上是一致的,其高频系数是由对原始图象小波分解系数直接内插得到,而文献[9]则是首先对图象进行插值放大,然后进行小波变换得到高频系数.

事实上,数据内插的立足点是利用相邻数据之间的相关性,这在灰度空间是行得通的,而在图象的小波变换域是否合理呢?同样,对图象先内插后变换,并取其高频成份作为放大图象的高频系数又是否合理呢?本文首先介绍文献[6]~[9]所提出的基于小波变换的图象放大方法,然后从一维数据内插的角度对该方法进行实验分析,从而引出一些有益的结论,为进一步的研究提供参考.

## 1 问题的进一步描述

在一维信号处理中,采用 Mallat 算法对信号作一次二进小波分解可以将信号分解成平滑逼近和细

节两部分,前者对应了信号的低频成份,后者对应了信号的高频成份.推广到二维,对一幅图象进行一次二进小波变换后,将图象平均分成了4块(如图1所示),其中左上角的一块代表低频成份,其余3块代表高频成份;如果已知这4部分数据,那么由小波逆变换可完全重构出原始图象来.



图1 进行一级二进小波变换的结果

受小波逆变换重构图象的启发,文献[5]~[7]利用二进小波变换实现了图象放大.其思路是先将原图象进行二进小波变换得到4部分系数,然后对其中高频部分用内插的方法放大2倍,同时用原始图象代替低频部分,最后作小波逆变换重构图象(图2).

文献[5]中采用的变换是S+P变换,在变换域对高频系数插值采用的方法是双线性插值,文中对3幅图象(road, lenna, boat)进行实验的结果显示,该方法所得到的放大图象,其信噪比高于用双线性插值得到的结果.文献[7]中未提到用何种小波,也未提到用何种内插方法得到高频系数,但其对一幅大小为 $256 \times 256$ 的图象进行放大的实验结果显示,小波变换方法得到的放大图象在平均误差上优于线性插值和样条插值结果.文献[8]未提到采用何种小波变换,对高频系数的获取也是采用内插方法,但提



图2 基于小波变换的图象放大过程

到了一种比较精确的构建思路,遗憾的是并未作过多的说明,其实验结果亦未给出有说服力的数据。

文献[9]则给出另一种构造高频分量的方法,不是先变换再插值,而是先插值再变换,即将待放大的图象用内插方法放大,然后进行小波分解,最后取其高频系数与原图象一起作小波逆变换得到重构的放大图象。由于二进小波变换只能实现图象的二倍放大,该文采用了多进小波变换,对图象的内插则采用了加权抛物线法。最后利用平均梯度对实验结果作了定量分析,结果表明,小波变换方法与传统的内插方法(如加权抛物线法和双线性插值)相比,可得到更清晰的放大图象。完全采用文献[6]的方法对大小为 $128 \times 128$ 的Lenna图象进行放大,过程如图2所示。从放大结果来看,图象的清晰度并不高,而且图象的亮度与原始图象相比明显不同。相继的大量其他实验也得到相同的结果——这是什么原因造成的呢?很显然,在基于小波变换的图象放大方法中,最起码有如下几个关键问题值得探讨:一是采用何种小波函数?是否随便采用任何小波变换都可以呢?二是用原始图象直接代替小波变换域的低频系数是否可行?三是对原始图象的高频系数进行直接插值是否合理?四是将原始图象先行放大后取其高频系数作反变换是否真的增加了清晰度?五是对于图象放大的好坏该如何来评价呢?对于这些问题,本文还无法给出令人满意的答案,但通过实验分析,可以提供一些有益的参考信息。

## 2 分析

### 2.1 如何评价放大方法的好坏

图象放大方法的好坏该如何评价,事实上是一个首要的问题,它直接影响到对采用不同小波变换

放大图象的效果比较。一般来说,对同一幅图象采用不同方法进行放大,对结果进行直观地比较应该是最理想的,因为图象放大的目的本来就是提高图象的视觉效果,而人眼对于图象的清晰度是比较敏感的。然而这种方法难免带有主观因素,不同的人常常会给出不同的结论,所以严格地说,必须进行多人评价并取其平均结果,这可以参考文献[10]中有关图象编码的主观保真度准则。

事实上,由于条件有限,用得更多的方法是作客观评价,即拿一幅图象先按一定比例缩小,然后用被评价的图象放大方法将此图象放大到原始大小,最后定量分析放大图象与原始图象之间的差别。在两幅图象的比较中借鉴了很多有关图象编码的评价准则,最常用的是绝对平均误差(MAE)和峰值信噪比(PSNR),其表达式如下

$$MAE(F_0, F) = \frac{1}{M \times N} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N |F(i, j) - F_0(i, j)| \quad (1)$$

$$PSNR(F_0, F) = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\frac{1}{N \times M} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N [F(i, j) - F_0(i, j)]^2} \quad (2)$$

其中, $F_0$ 和 $F$ 分别表示原始图象和放大后的图象, $M$ 和 $N$ 表示图象的长与宽。值得注意的是,采用不同的方法对图象进行缩小对结果是有影响的,一者要考虑边缘效应问题,二者有些方法会使缩放前后的图象在中心点上不是严格地对齐,例如最近邻法(nearest neighbor)是将图象的左上角或右下角对齐。通常的图象放大方法是一次将图象放大2倍,这时候采用4点平均法应该还是比较合适的。从图象的感光过程来看,像素的灰度事实上对应了某个区域反射光的能量,因此4点平均法应该说能够近似真实地反映两种分辨率图象间的关系。

尽管峰值信噪比被认为是一种比较接近人眼视觉效果的评价量,但在图象放大中人们关注的是图象的细节变化,如果两幅图象在所有的像素上都有相同的灰度差,从视觉的角度看,它们在细节上是没有差别的,而峰值信噪比对此却很敏感.例如,假设原始图象与重构图象仅有一个像素差1,其余均相同,则此时  $PSNR=96.30$ ;若两幅图象每个像素均差1,则  $PSNR=48.13$ ;若两幅图象每个像素均差4时,则  $PSNR=36.09$ .

文献[9]中则使用平均梯度值来定量分析图象的放大效果.平均梯度  $\bar{T}$  定义为

$$T = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sqrt{(\Delta I_x^2 + \Delta I_y^2)/2} \quad (3)$$

其中,  $M$  和  $N$  分别是图象的长和宽,并且有

$$\Delta I_x = F(i+1, j) - F(i, j)$$

$$\Delta I_y = F(i, j+1) - F(i, j)$$

从平均梯度的定义来看,它反映了图象的纹理变化特征及清晰度,用它来比较不同的内插方法所造成的模糊效应可能是相当不错的,但对于小波方法放大的图象来说,它并不适用.因为从放大结果来看,图象的细节是很多,但显然是失真了,原因是很多细节是不必要的.

## 2.2 采用何种小波变换

很显然,采用不同的小波变换对图象进行放大的效果是不同的.利用 Matlab 工具箱中提供的部分小波函数进行实验,对图象先用4点平均法缩小1倍后分别用小波变换方法和三次样条插值方法进行放大,计算放大后的图象与原始图象的峰值信噪比,结果如表1所示.

表1 不同方法放大图象的峰值信噪比 单位: dB

	图象			
	Lena		Lines	
小波	小波变换方法	样条插值	小波变换方法	样条插值
Db1	19.3166		21.3122	
Db3	19.0255		19.3963	
Bior2.6	22.2852		20.9659	
Bior6.8	21.1412		20.8118	
Sym2	18.4832	29.6016	19.1639	23.4150
Sym4	21.6960		20.9989	
Sym5	19.6973		21.3548	
Coif3	17.3017		19.1450	

由表中的结果可以看出,对同一幅图象采用不同的小波变换所取得的效果是不一样的,而且对不同的图象能产生最佳效果的小波也是不同的.总的

来说,使用小波变换方法放大图象,其效果是不如三次样条插值的.可见,对于某种类型的图象,应该采用哪种小波变换才能取得最好的放大效果还有待研究.

当然,在这里使用 PSNR 来度量放大效果的好坏是有一定争议的,原因前面已经述及.而从对大量的实验结果的直观分析来看,选取小波最起码有两个原则:一是在变换过程中造成的边缘效应要尽可能小,二是重构的精度要尽可能高.从这个意义上讲,是否用目前正方兴未艾的整数小波变换会更好呢?这是下一步要研究的问题.

## 2.3 系数构建问题

基于小波变换的图象放大方法从根本上讲,就是在变换域分别构建放大图象的高低频系数,其中,在文献[6]~[9]中,低频系数都是直接用原始图象代替的,而高频系数则采用了两种方法构建:一种是将原始图象的高频系数插值放大<sup>[6~8]</sup>;另一种是对原始图象插值放大取其高频系数<sup>[9]</sup>.事实上,后一种方法的效果与对图象直接进行插值的效果,其不同之处并不是图象的细节,而恰恰是图象的低频部分.文献[9]中得出的“小波变换方法增加了细节和清晰度”的结论显然是值得商榷的,因为即使是增加了细节,也是由于直接用原始图象取代放大图象的低频系数所致.因此,就出现两个问题:一是用原始图象代替低频成份是否合理?二是对高频成份进行插值是否可行?

由于本文讨论的小波变换方法是基于 Mallat 算法的,为直观起见,对一维信号作模拟缩放,看看上述方法所构建的低频和高频系数与标准的小波变换系数有多大的差别.

如图3所示,取特殊信号  $X_0$  作为原始信号,利用二点平均法将其缩短一半得到信号  $X_s$ .将  $X_0$  作一次二进小波分解(以 Haar 小波变换为例)得到低频系数  $CAx_0$  和高频系数  $CDx_0$ ,分别用  $CAx_0$  和  $CDx_0$  重构信号,得到长度与  $X_0$  相等的低频信号  $Ax_0$  和高频信号  $Dx_0$ .对  $X_s$  进行小波变换得到高频系数  $CDx_s$ ,对  $CDx_s$  进行插值后重构出放大(指长度)信号的高频成份  $Dy$ .同时,用  $X_s$  直接取代  $CAx_0$  重构信号得到放大(指长度)信号的低频成份  $Ay$ .从理论上讲,  $Ax_0$  和  $Dx_0$  相加等于原始信号  $X_0$ ,而  $Ay$  和  $Dy$  相加等于放大后的信号  $Y$ .比较  $Ax_0$  和  $Ay$  就可以看出,用原始图象取代低频系数对放大图象的影响;而比较  $Dx_0$  和  $Dy$  就可以看出

对原始图象的高频系数进行插值以构建高频系数对放大图象的影响.

实验结果如图 3 所示. 从实验结果来看, 用信号  $X_s$  直接作为低频系数重构信号的低频成份  $A_y$  与原始信号  $X_0$  的真实低频成份  $A_{x0}$  有较大差别. 但显而易见的是,  $A_{x0} - A_y$  与  $A_{x0}$  的波形大体上是一致的, 这说明  $A_{x0}$  与  $A_y$  的波形是相似的, 只不过取值范围不同. 可见, 如果在直接用原始图象取代低频系数之前先对它作一个线性变换, 使其取值范围和小波变换的低频系数一致, 放大图象时低频部分的失真会小一些, 这一点已得到了实验验证.

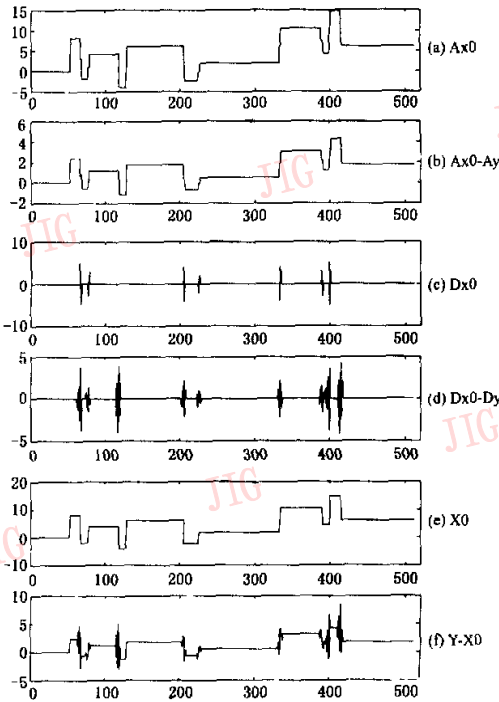


图 3 基于小波变换的图象放大方法的一维数据模拟实验结果

(横坐标表示样本数, 纵坐标表示幅度, 所标刻度无实际含义, 仅作波形比较用)

另一方面, 用插值方法构建高频系数, 并重构得到的放大信号, 其高频成份  $D_y$  与原始信号  $X_0$  的高频成份  $D_{x0}$  之间存在的差别则是不可容忍的. 因为从取值范围来看,  $D_{x0} - D_y$  甚至比  $D_{x0}$  本身还要强, 表现在插值放大的结果上就是在很多边缘部分增加了不必要的细节(图中  $Y - X_0$  显示了这些多余的细节). 这一点不得不让人怀疑用变换域插值构建

图象高频成份的合理性.

事实上, 出现以上的实验结果并不奇怪. 因为由 Mallat 算法可知,  $CA_{x0}$  是由  $X_0$  经过低通滤波后作二抽取得到的. 以 Haar 小波变换为例, 其低通滤波器为  $[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}]$ , 因此计算  $X_0$  的低频小波分解系数的过程其实相当于对  $X_0$  作两点平均后乘以  $\sqrt{2}$ , 也就是说, 将  $X_s$  乘以  $\sqrt{2}$  就完全和  $CA_{x0}$  相同了. 这一点说明用  $X_s$  代替低频系数并没有太大的问题, 只是需要乘以一个适当的系数.

既然低频系数的构造没有太大的问题, 也就是说,  $X_s$  可以看成是和  $CA_{x0}$  相等, 那么讨论高频系数的构建问题其实就是讨论  $X_0$  本身的小波变换系数是否能由  $CA_{x0}$  的小波变换系数插值得到. 再退一步, 也就是要看对于任一信号, 其不同尺度下的小波变换结果是否具有相似性, 如果有, 是否可以利用它来插值. 为了说明问题, 对  $X_0$  作 3 阶小波变换, 依次得到了 3 种尺度下的高频系数  $Cd1, Cd2, Cd3$ , 如图 4 所示. 可以看出, 与  $Cd1$  相比,  $Cd2$  明显增加了 2 个极大值, 而从整体来看, 表现为小波变换的极大值随尺度增大而增大. 显然, 在这个例子中, 由小尺度小波变换系数通过插值来构造大尺度的小波变换系数是行不通的. 这个道理在利用多尺度上的小波变换系数的极大值变化来检测信号的奇异点的过程中早已是一个不言而喻的事实了.

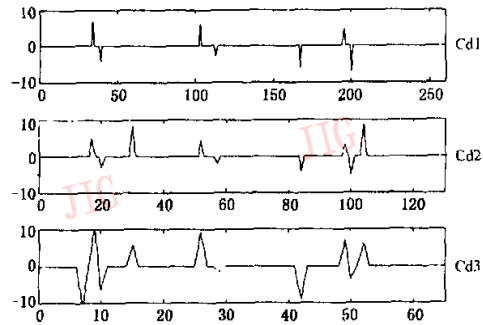


图 4  $X_0$  3 个尺度下小波变换系数比较

(横坐标表示样本数, 纵坐标表示幅度, 所标刻度无实际含义, 仅作波形比较用)

当然, 对于一些特殊信号来说, 不同尺度下小波变换系数是非常相似的. 上面实验所用的信号所有的奇异点都是阶跃函数, 即 Lipschitz 指数为 0. 从理论上讲, 应该保证了不同尺度下小波变换系数极大值的不变性, 即其不同尺度下小波变换系数应该

是非常相似的,然而实验结果并非如此,对于此类信号尚且不行,对于其他的随机信号,尤其是自然图象来说,这种插值方法的结果就更不敢让人抱太高的期望了.

### 3 结 论

针对目前几篇文献中提到的基于小波变换的图象放大方法作了一些探讨,由于实验结果并不理想,而引发了对该方法的几点疑问.笔者力所能及的一些实验和分析表明,在变换域进行数据内插以实现图象的放大,效果是值得怀疑的.当然,在变换域对图象进行某种改造以实现图象放大仍不失为一种很新的思路,但还有很多问题值得进一步去研究.

#### 参 考 文 献

- 1 Parker J Anthony, Kenyon Robert V, Troxel Donald E. Comparison of Interpolating methods for image resampling[J]. IEEE transactions on Medical Imaging, 1983, M1-2(1):31~39.
- 2 刘志刚,刘代志,黄泽敏. 基于分形的图象放大方法的比较与分析[J]. 第二炮兵工程学院学报, 2000, 14(3):4~7.
- 3 徐晓刚,欧宗瑛,王秀娟. 基于分形几何模型的图象放大[J]. 中国图象图形学报, 1998, 3(11):896~898.
- 4 郝鹏威,朱重光. 基于小波的图像插值方法[J]. 遥感学报, 1998, 2(2):98~102.

- 5 徐晓刚,于金辉,马利庄. 多分辨率图像插值[J]. 工程图学学报, 2000, 21(3):115~117.
- 6 石峻,郭宝龙. 一种新的图像插值方案——子带插值[J]. 西安电子科技大学学报, 1998, 25(5):684~688.
- 7 叶勤,陈鹰. 基于小波变换的遥感图像插值方法研究[J]. 遥感信息, 2000, 15(4):16~17.
- 8 王伟,何永保. 小波分解在图像放大缩小中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2000, 37(5):43~53.
- 9 朱长青,干倩,陈虹等. 基于多进制小波变换的图象放大方法[J]. 中国图象图形学报, 2002, 7A(3):261~266.
- 10 阮秋琦编著. 数字图像处理学[M]. 北京:电子工业出版社, 2001:235~236.



刘志刚 1975年生,西安第二炮兵工程学院讲师,博士生. 主要研究方向为计算机图象处理.



刘代志 1960年生,西安第二炮兵工程学院教授,博士,博士生导师. 主要研究方向为信号与信息处理,发表论文100余篇.